

LES PUISSANCES

Vous avez sûrement déjà rencontré des puissances dans vos calculs. Ne serais-ce que le carré pour calculer l'air d'un carré justement. Et bien sachez que la notion de puissance s'étale beaucoup plus loin. Il y a des règles très strictes à suivre et à respecter. C'est l'objet de ce chapitre.

I - RÈGLES DE CALCUL

Dans toute cette partie, nous allons prendre un nombre a quelconque, ainsi que deux nombres relatifs m et n . Voici comment se note une puissance : a^n . Ici, nous avons noté a à la puissance n . Notation bien précise : en haut à droite.

Mais que signifie ce a^n ?

Définition : Soient n entier positif et a un réel (non nul pour le second cas) :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times \dots}_{n \text{ facteurs}}$$
$$a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times \dots}_{n \text{ facteurs}}}$$

Remarque : Par convention, $a^0 = 1$. Tous les nombres portés à la puissance 0 valent 1. Même $0^0 = 1$, eh oui.

Voici à présent, le moment que vous attendiez tous : les règles de calcul ! Ne vous perdez pas dans toutes ces lettres.

Règle de calcul : Voici les propriétés sur les puissances, a et b non nuls et m et n entiers :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$;
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$;
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$;
- $(ab)^n = a^n \times b^n$;
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Notez bien que les trois premières règles ne s'appliquent que si les deux nombres sont les mêmes (ici a).

Remarque importante : Il n'y a AUCUNE règle de soustraction ou d'addition avec les puissances.

$$a^m + a^n \neq a^{m+n}$$

Voici un tas d'exemples.

Exemples : Tachez de bien tout comprendre.

1.

$$3^4 \times 3^{-2} = 3^{4-2} = 3^2 = 9$$

2.

$$[(6^3)^6]^2 = 6^{3 \times 6 \times 2} = 6^{36}$$

3.

$$\frac{7^3}{7^{-3}} = 7^{3+3} = 7^6$$

4.

$$(5 \times 9)^3 = 5^3 \times 9^3$$

5.

$$10^4 \times \frac{1}{10} = 10^4 \times 10^{-1} = 10^{4-1} = 10^3 = 1000$$

6.

$$\left(\frac{3}{14}\right)^{55} = \frac{3^{55}}{14^{55}}$$

II - SIGNE D'UNE PUISSANCE

Le signe d'un nombre élevé à une puissance n varie en fonction de ce n justement. Voici les propriétés.

Propriétés :

- Si on élève un nombre positif à une puissance quelconque, ce nombre reste positif.
- Si on a un nombre négatif élevé à une puissance :
 - la valeur totale est positive si l'exposant est pair,
 - la valeur totale est négative si l'exposant est impair,

Exemples : $(-4)^8$ est positif car 8 est pair et $(-7)^5$ est négatif car 5 est impair.

Remarque : Encore une fois, je vous mets en garde contre la notation :

$$(-4)^2 = 16 \neq -16 = -4^2$$

Pourquoi ? Bien parce-que à gauche la puissance porte sur le (-4) et à droite uniquement sur le 4. D'où la grande utilisation des parenthèses. Faites attention à ça, je vous en prie.

III - ECRITURE SCIENTIFIQUE

Reprenons un peu les puissances de 10 voulez-vous.

Multiplication par une puissance de 10 : Deux choses à savoir.

- Lorsque l'on multiplie un nombre décimal par 10^n , alors on décale sa virgule de n rang vers la droite.
- Lorsque l'on multiplie un nombre décimal par 10^{-n} , alors on décale sa virgule de n rang vers la gauche.

Ainsi, nous pouvons introduire la nouvelle notion.

L'écriture scientifique est très utile pour résoudre des problèmes qui font intervenir de très grandes ou très petites quantités.

Définition : $a \times 10^n$ est l'**écriture scientifique** d'un nombre quand a est un chiffre strictement compris entre 0 et 10.

Exemple : L'écriture scientifique de 0,0439402 est $4,39402 \times 10^{-2}$.