

PYRAMIDE ET CÔNE

Comme toutes les années, dans le programme officiel de mathématiques, il y a un chapitre de 3D. Je vous rappelle que la 3D est la 3 dimension. En effet, l'année dernière, nous avons appris les prismes et les cylindres, et cette année, je vais vous apprendre les **pyramides** et les **cônes**.

Je suis sûr que vous savez déjà ce qu'est une pyramide. Vous en avez déjà sûrement rencontré en histoire géographique quand vous avez étudié l'Égypte antique. Oui, c'est le même mot, pyramide ! Mais savez-vous vraiment ce que c'est en langage mathématiques ? Vous allez voir, ce n'est pas très compliqué.

Pareil pour les cônes, c'est les mêmes que ceux des glaces.

Nous verrons leurs définitions avant d'apprendre leur patron et la formule pour calculer leur volume.

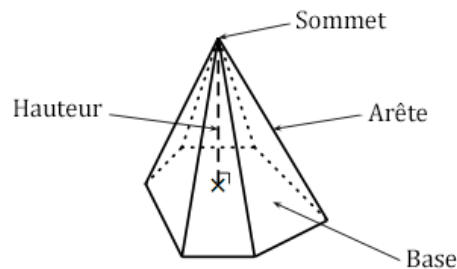
I - PYRAMIDE

Commençons par étudier la pyramide avec tout d'abord la définition puis le patron et on terminera avec son volume.

1 - DÉFINITION DE LA PYRAMIDE

Vous savez ce qu'est une pyramide égyptienne ? Donc vous connaissez la définition que je vais vous apprendre tout de suite.

Pyramide : Une pyramide est constituée d'une **base polygonale** et de **faces latérales** triangulaires.



Les triangles des faces latérales ont un sommet commun que l'on appelle le **sommet** de la pyramide, leurs côtés sont les **arêtes** de la pyramide.

On appelle **hauteur** de la pyramide, le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.

Un peu de vocabulaire à apprendre, mais à part cela, ça reste la pyramide égyptienne que vous connaissiez. Sauf que la pyramide égyptienne n'a souvent que 4 faces latérales.

Remarque : Une pyramide est **régulière** lorsque sa base est un polygone régulier (carré, triangle équilatéral, etc) et que la hauteur passe par le centre de la base. Dans ce cas, les faces sont des triangle isocèles superposables.

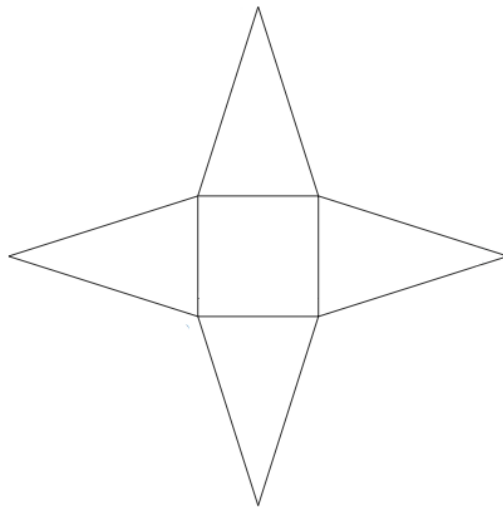
De plus, lorsque la base est un triangle, la pyramide est appelée **tétraèdre**. N'importe quel triangle peut alors être considéré comme la base.

2 - PATRON DE LA PYRAMIDE

Je vous rappelle que le patron est une représentation à plat d'une figure 3D . En la dépliant suivant ses faces, on obtient cette figure en 3 dimensions.

Patron de la pyramide : Le patron d'une pyramide est formé de triangles correspondant à ses faces latérales, ainsi que d'un polygone correspondant à sa base.

Exemple : Voici le patron d'une pyramide dont la base est un carré.



3 - VOLUME DE LA PYRAMIDE

Comme toute figure en 3 dimensions, elle possède un volume. Je vous donne ici la formule du **volume d'une pyramide**.

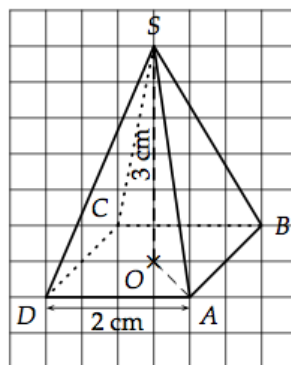
Volume de la pyramide : Le volume d'une pyramide s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur en divisant le tout par 3 :

$$V = \frac{A_{base} \times h}{3}$$

Il faut donc connaître ses formules d'aires pour calculer le volume d'une pyramide.

Vous avez dû el remarquer, c'est le volume d'un prisme droit, divisé par 3.

Exemple : Soit la pyramide suivante :



L'aire de la base, qui est un carré, vaut :

$$A = 2 \times 2 = 4cm^2$$

La hauteur vaut, quant à elle :

$$h = 3cm$$

Donc, le volume de cette pyramide vaut :

$$V = \frac{A_{base} \times h}{3} = \frac{4 \times 3}{3} = 4cm^3$$

Remarque : On met un exposant 3 à l'unité du volume car on est en 3 dimensions. Rappelez-vous donc, une aire, en 2D, se note avec un 2 et un volume, en 3D, se note avec un 3.

L'unité quant à elle, est celle de la longueur est côtés de la pyramide.

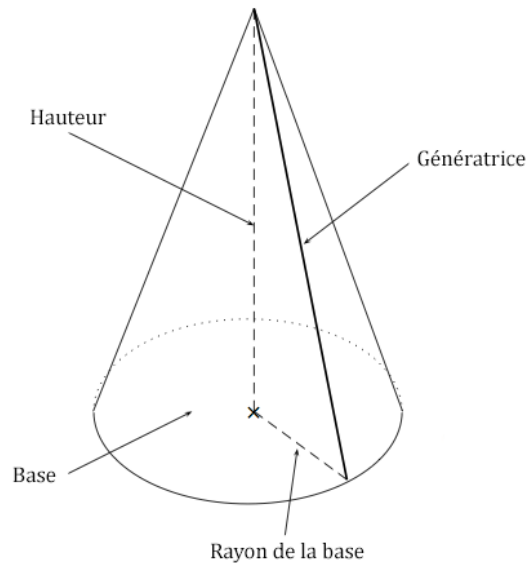
II - CÔNE DE RÉVOLUTION

Vous avez tout compris sur la pyramide ? On passe donc à l'étude du **cône de révolution**. C'est pareil mais avec un disque en base et donc plus aucune arête.

1 - DÉFINITION DU CÔNE DE RÉVOLUTION

En commençant d'abord par la définition du cône de révolution.

Cône de révolution : Un cône de révolution est constitué d'une **base** en forme de disque et d'une **surface conique**.



On appelle **hauteur** du cône de révolution, le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.

Le **rayon** d'un cône de révolution est le rayon de la base.

On peut générer le cône en faisant tourner un triangle rectangle autour de la hauteur. L'hypoténuse d'un tel triangle est appelé une **génératrice**.

2 - VOLUME DU CÔNE DE RÉVOLUTION

Une dernière formule avant de finir ce cours sur le cône de révolution, il s'agit de son volume.

Volume du cône de révolution : Le volume d'un cône de révolution s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur, le tout divisé par 3 :

$$V = \frac{A_{base} \times h}{3} = \frac{\pi \times r \times r \times h}{3}$$

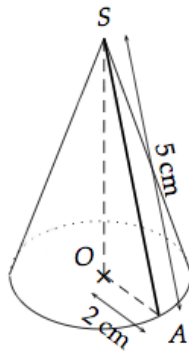
Rappelez-vous de la formule de l'aire d'un disque :

$$A = \pi \times r \times r$$

Il suffit ensuite de la multiplier par la hauteur du cône de révolution et divisé le tout par 3.

C'est en fait l'aire d'un cylindre de révolution divisé par 3.

Exemple : Soit le cône de révolution :



L'aire de la base, qui est un disque de rayon 2cm, vaut :

$$\mathcal{A} = \pi \times 2 \times 2 = 12,56cm^2$$

La hauteur vaut, quant à elle :

$$h = 5cm$$

Donc, le volume de ce cône de révolution droit vaut :

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{base} \times h}{3} = \frac{12,56 \times 5}{3} = 20,93cm^3$$