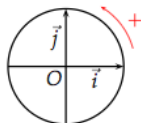


TRIGONOMÉTRIE

www.mathsbook.fr

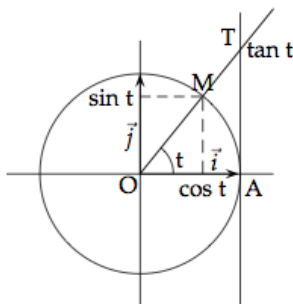
I - DÉFINITIONS

Définition : Soit un repère orthonormal $(O; I; J)$. On appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre O , de rayon 1, orienté dans le **sens positif** (ou **sens direct**).

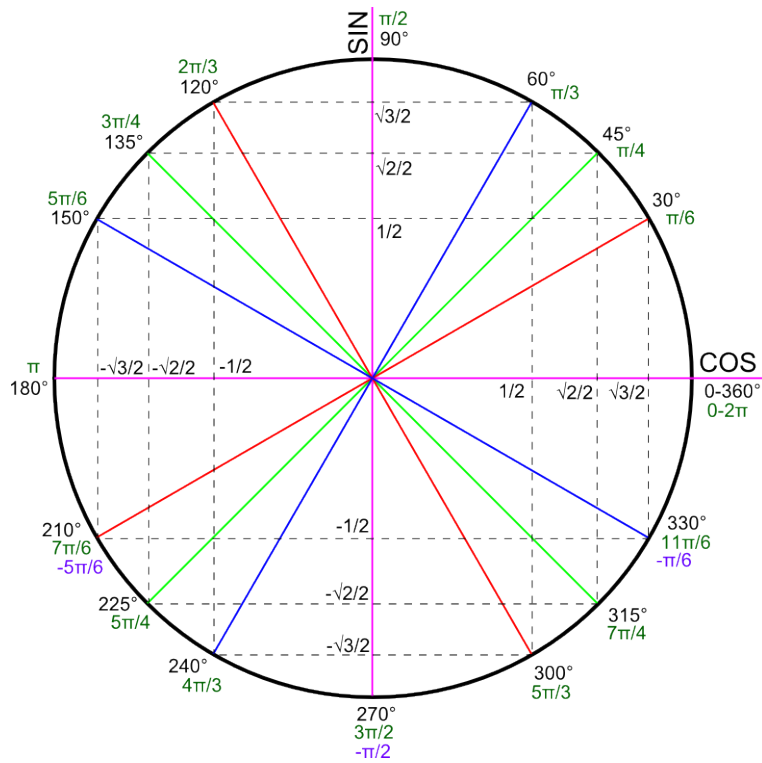


Définitions : Soit un repère orthonormal $(O; I; J)$.

On appelle **cosinus de x** , noté $\cos x$, l'abscisse du point M appartenant au cercle trigonométrique, et **sinus de x** , noté $\sin x$, l'ordonnée de ce point M .



Degrés	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1



II - PROPRIÉTÉS

Propriétés fondamentales : Pour tout réel x ,

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Propriétés : Pour tout réel x ,

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

III - FORMULES TRIGONOMETRIQUES

Formules d'addition : Pour tout réels a et b ,

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

Formules de duplication : Pour tout réel a ,

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

IV - RÉOLUTION D'ÉQUATIONS TRIGONOMETRIQUES

Résolution d'équations trigonométriques : Soit k un entier.

– Résolution de $\cos x = a$:

– Si $|a| > 1$, il n'y a pas de solution,

– $|a| \leq 1$, alors il existe $\alpha \in [0, \pi]$ tel que $\cos \alpha = a$. L'équation devient alors $\cos x = \cos \alpha$ et on a donc :

$$\begin{cases} x &= \alpha/2k\pi \\ &ou \\ x &= -\alpha + 2k\pi \end{cases}$$

– Résolution de $\sin x = a$:

– Si $|a| > 1$, il n'y a pas de solution,

– $|a| \leq 1$, alors il existe $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ tel que $\sin \alpha = a$. L'équation devient alors $\sin x = \sin \alpha$ et on a donc :

$$\begin{cases} x &= \alpha + 2k\pi \\ &ou \\ x &= \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases}$$