

EQUATIONS ET INÉQUATIONS

www.mathsbook.fr

I - EQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

Définition : Résoudre une équation ou une inéquation dans $\mathbb{R}$, c'est trouver sa **solution**, c'est-à-dire toutes les valeurs de $\mathbb{R}$ qui rendent l'égalité ou l'inégalité vraie.

Résolution d'équations : Deux principes fondamentaux pour la résolution d'équations :

- Transposition : quand on fait passer un terme d'un membre (d'un côté) à l'autre dans une équation, on change son signe.
- Multiplication et division : on peut multiplier (ou diviser) les DEUX membres de l'équation par un même nombre (non nul). Quand on fait passer un produit dans l'autre membre de l'équation, il devient quotient et inversement.

Résolution d'inéquations : Deux principes fondamentaux pour la résolution d'inéquations :

- Transposition : quand on fait passer un terme d'un membre (d'un côté) à l'autre dans une inéquation, on change son signe, comme pour les équations. L'inconnue sera placée du côté gauche.
- Multiplication et division : on peut multiplier (ou diviser) les DEUX membres de l'équation par un même nombre (non nul). Quand on fait passer un produit dans l'autre membre de l'équation, il devient quotient et inversement. De plus : **quand on multiplie ou on divise une inégalité par un nombre négatif, on change son sens.**

Propriété :

- Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.
$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$
- Un quotient de facteurs est nul si et seulement si son numérateur est nul (son dénominateur étant toujours non nul).
$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B \neq 0$$

II - SIGNE D'UNE INÉQUATION

Résumons :

1. Si on a un produit : $A \times B = 0$, on résout $A = 0$ et $B = 0$.
 A est nul pour a , positif si $x > a$ et négatif si $x < a$.
 B est nul pour b , positif si $x > b$ et négatif si $x < b$.
On fait le tableau de signes suivant : (supposons par exemple que $a < b$)

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
A	$-$	0	$+$	$+$
B	$-$		$-$	0
$A \times B$	$+$	0	$-$	0

Attention, dans la ligne des x , on mets les nombres dans l'ordre croissant.

Comme je l'ai expliqué avant, on met un 0 là où le facteur est nul.

A droite de ce zéro on met des + et à gauche des -.

Enfin, pour le produit des deux facteurs (la dernière ligne), on utilise la règle des produits de signes.

2. Si on a un quotient : $\frac{A}{B} = 0$, on résout $A = 0$ et $B = 0$.
 A est nul pour a , positif si $x > a$ et négatif si $x < a$.
 B est nul pour b , donc b est la **valeur interdite**, et B est positif si $x > b$ et négatif si $x < b$.
On fait le tableau de signes suivant : (supposons par exemple que $a < b$)

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
A	$-$	0	$+$	$+$
B	$-$		$-$	0
A/B	$+$	0	$-$	$+$

On met une double barre pour la valeur interdite.

Encore une fois, on met un 0 là où le facteur est nul.

A droite de ce zéro on met des $+$ et à gauche des $-$.

Enfin, pour le quotient des deux terme (la dernière ligne), on utilise la règle des quotients de signes.

III - RÉSOLUTION GRAPHIQUE

On peut également résoudre une équation ou une inéquation graphiquement. Il suffit de lire des abscisses des points d'intersection avec la courbe.