

ORDRE DES NOMBRES ET VALEUR ABSOLUE

www.mathsbook.fr

I - COMPARAISON DE NOMBRES

1 - COMPARAISON ET OPÉRATIONS

Propriétés : Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$, avec $a < b$.

- Ajouter, ou soustraire, aux deux membres d'une l'inégalité un nombre c conserve l'ordre :

$$\text{Si } a \leq b, \text{ alors } a + c \leq b + c$$

- Multiplier, ou diviser, chaque membre d'une l'inégalité un nombre $c > 0$ conserve l'ordre :

$$\text{Si } a \leq b, \text{ alors } ac \leq bc$$

- Multiplier, ou diviser, chaque membre d'une l'inégalité un nombre $c < 0$ inverse l'ordre :

$$\text{Si } a \leq b, \text{ alors } ac \geq bc$$

2 - COMPARAISON DE FRACTIONS

Propriétés : Soient $a, b, c \in \mathbb{R}^+$.

- $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{c}$, avec $c \neq 0$, sont rangés dans le même ordre que a et b .
- $\frac{c}{a}$ et $\frac{c}{b}$, avec $(a; b) \neq (0; 0)$, sont rangés dans l'ordre inverse de a et b .

3 - COMPARAISON À UN NOMBRE INTERMÉDIAIRE

Propriétés : Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$\text{Si } a < b \text{ et } b < c, \text{ alors } a < c.$$

4 - SIGNE DE LA DIFFÉRENCE

Soit $a, b \in \mathbb{R}$.

- Si $a - b < 0$, alors $a < b$.
- Si $a - b > 0$, alors $a > b$.

5 - COMPARAISON DE PUISSANCES

Propriétés : Soit $a \in \mathbb{R}$.

- Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$.
- Si $0 < a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

II - ENCADREMENTS

Définition : Encadrer un nombre x , c'est trouver deux nombres a et b tels que $a < x < b$.

Propriétés : Soient $a, a', b, b', x, x' \in \mathbb{R}$.

– Pour encadrer une somme de deux réels, on additionnera les bornes de leurs encadrement :

$$\text{Si } a < x < b \text{ et } a' < x' < b', \text{ alors } a + a' < x + x' < b + b'$$

– Pour encadrer une différence de deux réels, on ramènera le problème au cas de l'addition :

Si $a < x < b$ et $a' < x' < b'$, alors $-b' < -x' < -a'$ (on a multiplié par (-1) la seconde inégalité en changeant les signes), et donc $a - b' < x - x' < b - a'$

– Pour encadrer un produit de réels, on multipliera les bornes de l'encadrement **si et seulement si les nombres sont positifs** :

$$\text{Si } 0 < a < x < b \text{ et } 0 < a' < x' < b', \text{ alors } 0 < aa' < xx' < bb'$$

– Pour encadrer l'inverse d'un réels, on inversera les bornes de l'encadrement **si et seulement si les bornes sont de même signe** :

$$\text{Si } 0 < a < x < b, \text{ alors } \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$$

III - INTERVALLES DE $\mathbb{R}$

Définition : Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$[a; b]$ est appelé **intervalle fermé** de $\mathbb{R}$ et $]a; b[$ **l'intervalle ouvert**.

a et b sont les **bornes** de l'intervalle et la distance $b - a$ est **l'amplitude** de l'intervalle.

IV - VALEUR ABSOLUE

1 - DÉFINITION

Définition : Soit une droite graduée d'origine O et un point M d'abscisse x .

On appelle **valeur absolue** de x , que l'on note $|x|$, sa distance à l'origine, soit la distance OM .

Propriété : Une valeur absolue est toujours positive :

$$|x| \geq 0$$

Propriété : Soient une droite graduée d'origine O et deux points $A(a)$ et $B(b)$.

La distance entre les points A et B est :

$$AB = |a - b| = |b - a|$$

On fait : le plus grand moins le plus petit.

2 - INTERVALLES

Propriété : Soit $a \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}^+$.

$$\text{Si on a } |x - a| \leq r, \text{ alors } x \in [a - r; a + r].$$